

بخش اول: تصمیم گیری

۱. تعریف تصمیم گیری

۲. فرآیند تصمیم گیری

۳. مدل های تصمیم گیری

بخش دوم: تصمیم گیری چند معیاره

۱. معیارهای تصمیم گیری

۲. اندازه گیری معیارها

۳. مدل های تصمیم گیری چند معیاره

بخش سوم: تصمیم گیری چند شاخصه

۱. تعریف هدف مساله

۲. تعیین شاخص های ارزیابی

۲,۱. جداسازی شاخص های کمی و کیفی

۲,۲. جداسازی شاخص های با جنبه مثبت و منفی

۲,۳. طیف بندی شاخص های کیفی

۳. تعیین گزینه ها

۴. تعیین روش امتیازدهی به معیارها

۴,۱. ماتریس تصمیم گیری

۴,۲. ماتریس مقایسات زوجی

۵. ارزیابی معیارها

۶. بی مقیاس سازی

۶,۱. بی مقیاس سازی با استفاده از نرم

۶,۲. بی مقیاس سازی خطی

۶,۳. بی مقیاس سازی فازی

۷. تعیین وزن شاخص ها

۸. مدل های تصمیم گیری

۸,۱. مدل های جبرانی

۸,۱,۱. ماکسی ماکس

۸,۱,۲. ماکسی مین

۸,۱,۳. هارویکز

۸,۱,۴. لکسیکوگراف

۸,۲. مدل های غیر جبرانی

۸,۲,۱. SAW

۸,۲,۲. TOPSIS

۸,۲,۳. ELECTRE

۸,۲,۴. AHP

بخش اول :

تصمیم گیری

✓ تعریف تصمیم گیری

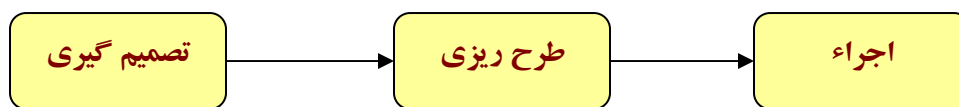
✓ فرآیند تصمیم گیری

✓ مدل های تصمیم گیری

۱- تعریف تصمیم گیری

بسیاری از صاحبان نظران مدیریت معتقدند که کانون اصلی مدیریت را تصمیم گیری تشکیل می دهد. در واقع آنها انجام وظایفی چون برنامه ریزی، سازماندهی و کنترل را چیزی جز تصمیم گیری نمی دانند.

هربرت سایمون تصمیم گیری را با مدیریت یکی می داند. نیومن نیز کیفیت مدیریت را تابع کیفیت تصمیم می داند. بنابراین از دیدگاه این صاحبان نظران اساس مدیریت سازمان تصمیم گیری است. به عنوان مثال یک کارخانه تولیدی را در نظر بگیرید که یک کالا با کیفیت عالی و کمترین هزینه ممکنه تولید می کند، اما اصولاً تولید این کالا با توجه به اهداف کارخانه بهترین انتخاب به حساب نمی آید یا آنکه تقاضا در بازار برای این کالا ناچیز می باشد به عبارتی تصمیم متخذه در اصل نامناسب بوده در حالیکه اجرای آن به بهترین صورت ممکنه و با کمترین هزینه انجام پذیرفته است. در علم مدیریت توجه اساسی به اخذ تصمیم صحیح با توجه به روابط بین هدفهای مطلوب و امکانات موجود در سازمان می باشد و از نظر آن وظیفه اصلی مدیر تصمیم گیری به روش علمی می باشد.



شکل ۱-۱- وظایف اصلی مدیر

و در نهایت تصمیم‌گیری را می‌توان طریقه عمل و یا حرکت در مسیر خاصی تعریف کرد که با تامل و به صورت آگاهانه از بین روشهای مختلف برای نیل به یک هدف مطلوب انتخاب شده است. بنابراین تصمیم‌گیری مستلزم انتخاب راهی از میان راه‌هاست. شناسایی راههای ممکن و انتخاب یکی از آنها به اطلاعات نیاز دارد. اطلاعات همیشه به میزان مورد نیاز در دسترس نیست و مدیریت ناگزیر به تصمیم‌گیری با اطلاعات کمتر است.

۲- فرآیند تصمیم گیری

گفتیم که تصمیم گیرنده طی فرآیند تصمیم به انتخاب راهی از بین راه های موجود اقدام می کند. این انتخاب به معنای نحوه بکارگیری منابع و امکانات قرار گرفته در اختیار مدیر در راستای هدف تصمیم گیری می باشد.

اگر در رسیدن به هدف مورد نظر فقط یک راه حل عملیاتی وجود داشته باشد دیگر صحبت از تصمیم گیری مصداق پیدا نمی کند زیرا پدیده تصمیم مترادف با انتخاب یک راه حل از بین چندین راه حل موجود می باشد. بطور قراردادی هر نوع کاربرد به خصوص از عوامل و منابع تحت کنترل مدیر اصطلاحاً استراتژی نامیده می شود. از اینرو مدل تصمیم گیری شامل انتخاب یک استراتژی از بین استراتژی های متعدد موجود می باشد.

نحوه انتخاب مناسب ترین استراتژی از بین استراتژی های موجود

تئوری مطلوبیت که توسط اقتصاددانان ارائه گردیده است کاربرد عمده ای در چگونگی تصمیم گیری دارد. بر مبنای این اصل می توان راه حل های مختلف یک مشکل را توسط راه حلی که دارای بیشترین مطلوبیت باشد به عنوان مناسب ترین استراتژی انتخاب کرد.

متغیر تصمیم

یک سیستم تصمیم تحت تاثیر عوامل متعددی قرار می گیرد که حصول درجات مختلف به هدف یا هدف های آن بستگی دارد. تعدادی از این عوامل قابل کنترل و در اختیار مدیر بوده

و بقیه از کنترل مدیر خارج است. در عمل تصمیم گیری، طرحی که برای کنترل متغیرهای موثر در رسیدن به اهداف تصمیم لازم است استراتژی نامیده می شود و دلیل کنترل متغیرها نیز کوشش در رسیدن به اهداف تصمیم است.

تابع تصمیم

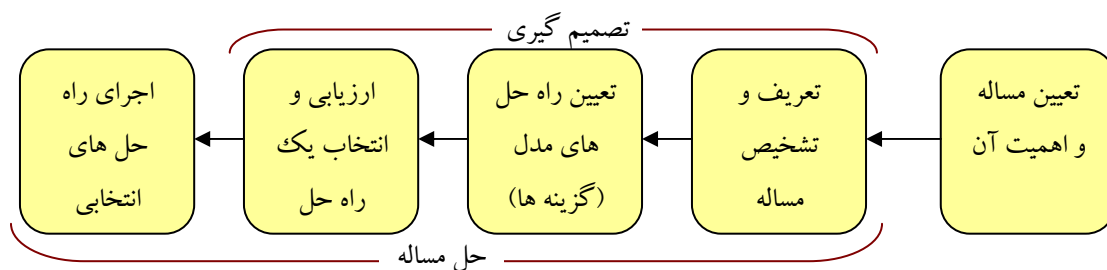
هر تصمیمی حداقل برای رسیدن به یک هدف خاص اتخاذ می گردد که حصول به این هدف خود بستگی به سایر متغیرهای موثر در مدل تصمیم گیری دارد. هدف تصمیم را متغیر وابسته و سایر متغیرهای موثر را متغیرهای مستقل می نامند. در حالت کلی:

$$E = f(x, y)$$

متغیر مستقل غیرقابل کنترل متغیر مستقل قابل کنترل

به طور کلی فرآیند تصمیم گیری شامل ۵ مرحله به شرح ذیل است:

- تعیین مساله و اهمیت آن
- تعریف و تشخیص مساله
- تعیین راه حل های جایگزین
- ارزیابی و انتخاب یک راه حل
- اجرای راه حل انتخابی



شکل ۱-۲- فرآیند تصمیم گیری

۳- مدل‌های تصمیم‌گیری

۳-۱- مدل‌های کلاسیک تحقیق در عملیات

در این مدل‌ها تصمیم‌گیری فقط بر اساس یک هدف کمی مانند حداکثر کردن سود، حداقل کردن مسافت و ... صورت می‌گیرد. برنامه ریزی خطی، برنامه ریزی اعداد صحیح و ... از جمله این روش‌ها هستند که قبلاً با آنها آشنا شده‌ایم.

۳-۲- مدل‌های تصمیم‌گیری چند معیاره

در اغلب تصمیم‌گیری‌ها مدیران به جای یک معیار خواستار بهینه کردن مقدار چندین معیار اعم از کمی و کیفی، مانند حداکثر کردن سود، حداقل کردن اضافه کاری افزایش رضایت شغلی و ... هستند. بدیهی است این معیارها به دلیل داشتن مقیاس‌های مختلف با هم قابل مقایسه نبوده و حتی در برخی مسائل با یکدیگر متضاد می‌باشند یعنی افزایش یک معیار باعث کاهش معیار دیگر گردد. بنابراین در تصمیم‌گیری با معیارهای چندگانه معمولاً به دنبال گزینه‌ای هستیم که بیشترین مزیت را برای تمامی معیارها ارائه کند. از جمله این روش‌ها روش برنامه ریزی آرمانی است که قبلاً با آن آشنا شده‌ایم.

بخش دوم :

تصمیم گیری چند معیاره

✓ معیارهای تصمیم گیری

✓ اندازه گیری معیارها

✓ مدل های تصمیم گیری چند معیاره

۱- معیارهای تصمیم‌گیری

همانگونه که در بخش قبل اشاره کردیم در بسیاری از موارد نتیجه‌گیری‌ها وقتی مطلوب و مورد رضایت تصمیم‌گیرنده است که تصمیم‌گیری بر اساس چندین معیار بررسی و تجزیه و تحلیل شده باشند.

برای مثال در انتخاب شغل معیارهایی مانند درآمد ماهانه، محل کار، شان اجتماعی و... ویا در برنامه ریزی تولید اهدافی مانند حداکثر کردن درآمد، حداقل کردن هزینه، کاهش ضایعات، افزایش رضایت کارکنان و... مد نظر است. در مدل‌های کلاسیک تحقیق در عملیات فقط یک معیار مانند سود، هزینه، بهره‌وری، زمان و... مورد توجه قرار می‌گیرد.

در حالت کلی در تعیین گزینه‌های مختلف منظور از معیار^۱ عواملی است تصمیم‌گیرنده به منظور افزایش مطلوبیت و رضایت خود مد نظر قرار می‌دهد.

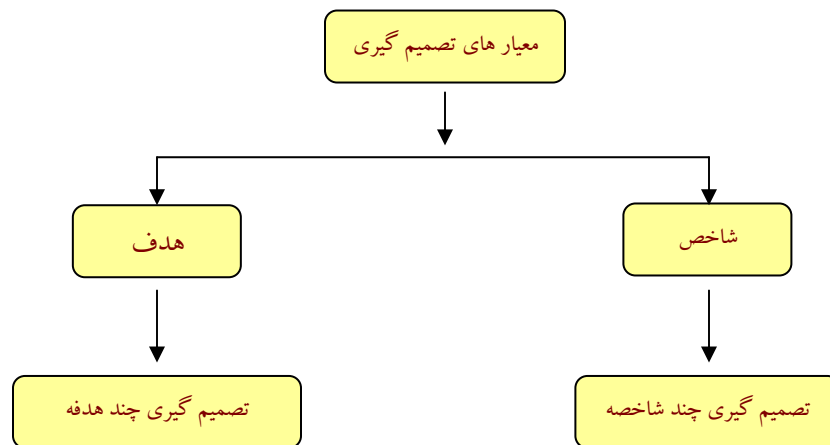
معیار در تصمیم‌گیری ممکن است شاخص یا هدف ارائه گردد.

شاخص^۲ عبارتست از ویژگی‌ها، کیفیات یا پارامترهای عملکردی که برای انتخاب گزینه‌های تصمیم‌مطرح است که ممکن است برخی از آنها مانند درآمد و هزینه دارای ماهیت کمی بوده و برخی دیگر نظیر رضایت شغلی و شان اجتماعی دارای ماهیت کیفی می‌باشند.

^۱ Criteria
^۲ Attribute

هدف^۱ عبارتست از تمایلات و خواسته‌های تصمیم‌گیرنده که می‌تواند با عباراتی مانند حداکثر کردن سود، حداقل کردن هزینه و ... بیان شود.

در مسائل تصمیم‌گیری چند معیاره^۲ چنانچه تصمیم‌گیری بر اساس چند شاخص صورت گیرد آنرا تصمیم‌گیری چند شاخصه^۳، ولی چنانچه بر مبنای چند هدف صورت گیرد آنرا تصمیم‌گیری چند هدفه^۴ می‌نامند.



شکل ۱-۲- معیارهای تصمیم‌گیری

^۱ Objective

^۲ Multi Criteria Decision Making

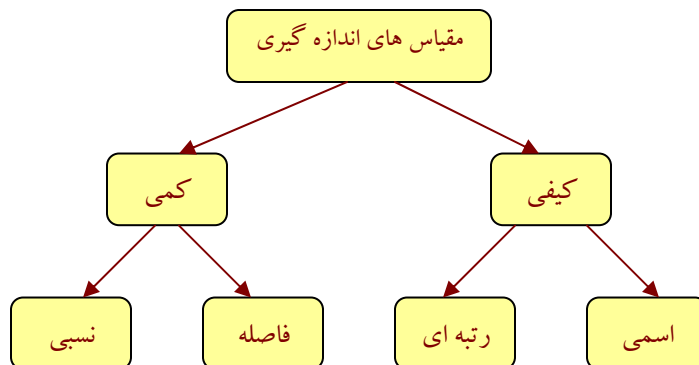
^۳ Multi Attribute Decision Making

^۴ Multi Objective Decision Making

۲- اندازه‌گیری معیارها

همانگونه که اشاره شد برخی از معیارها به صورت کمی بوده و برخی دیگر کیفی می‌باشند. همچنین هر معیاری مقیاس اندازه‌گیری خاص خودش را دارد که مقایسه معیارها را مشکل می‌کند. در هر صورت همه آنها می‌بایست به طریقی اندازه‌گیری شده و در نهایت جهت انجام محاسبات به یک مقدار کمی قابل مقایسه تبدیل شوند. برای انجام این کار در این بخش با نحوه اندازه‌گیری معیارها آشنا می‌شویم و در بخش‌های بعدی در مورد نحوه کمی کردن معیارها و تبدیل مقادیر اندازه‌گیری شده از هر معیار به یک مقدار قابل مقایسه با سایر معیارها خواهیم پرداخت.

مقیاس اندازه‌گیری به صورت زیر تقسیم بندی می‌شوند که بسته به ماهیت مساله از این مقیاس‌ها برای اندازه‌گیری استفاده می‌کنیم:



شکل ۲-۲- مقیاس‌های اندازه‌گیری

اسمی^۱: مانند طبقه بندی بر اساس نوع مذهب، جنسیت و ... که با شمارش اندازه‌گیری می‌شود.

رتبه‌ای^۲: طبقه بندی بر اساس یک صفت، مهمترین مورد از نظر شدت یا ضعف رتبه اول و کم اهمیت ترین رتبه آخر. مانند بسیار زیاد، زیاد، متوسط، کم، خیلی کم
فاصله‌ای^۳: علاوه بر رتبه بندی فواصل حقیقی بین آنها را هم در نظر می‌گیرند. این مقیاس دارای صفر قراردادی است مانند صفر درجه سانتی گراد که با وجود صفر بودن ولی دما نیز وجود دارد.

نسبی^۴: همان مقیاس فاصله است ولی با صفر مطلق مانند وزن صفر که هیچ وزنی وجود ندارد.

^۱ Nominal
^۲ Ordinal
^۳ Interval
^۴ Ratio

۳- مدل های تصمیم گیری چند معیاره

گسسته و پیوسته

مدل کلی یک مساله چند معیاره را می توان به صورت زیر نوشت:

$$MaxZ(x_1, x_2, \dots, x_n) = [z_1(x_1, x_2, \dots, x_n), z_2(x_1, x_2, \dots, x_n), \dots, z_p(x_1, x_2, \dots, x_n)]$$

$$g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0 \quad i = 1, 2, \dots, m$$

F_d را مجموعه جوابهای قابل قبول مساله می نامند.

اگر مجموعه جواب های مساله قابل شمارش باشد مدل را گسسته یا چند شاخصه می نامیم.

مانند انتخاب یک تکنولوژی از بین تکنولوژی های مختلف ولی اگر مجموعه جوابهای مساله

غیر قابل شمارش باشد آن را پیوسته یا چند هدفه می نامیم. مانند تعیین عمر بهینه یک لامپ

بطوریکه هزینه کاهش یافته و قابلیت اطمینان بیشتر گردد.

جبرانی و غیر جبرانی

اگر کمبود در یک معیار توسط معیار دیگر جبران شود مدل را جبرانی می نامیم مانند جبران

هزینه بالا با کیفیت بهتر. در غیر اینصورت مدل را غیر جبرانی می نامیم مانند معیارهای لازم

برای اخذ گواهینامه رانندگی.

فردی و گروهی

اگر تصمیم گیری بر اساس نظرات یک نفر انجام شود مدل را فردی و در غیر اینصورت

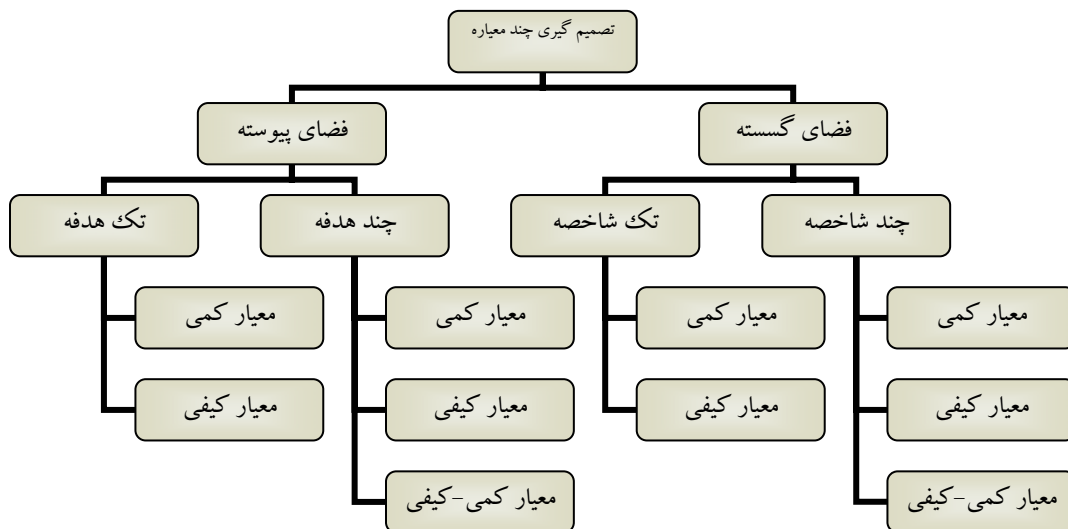
گروهی می نامیم

تصمیم گیری چند شاخصه

- ✓ تعریف هدف مساله
- ✓ تعیین شاخص های ارزیابی
- ✓ تعیین گزینه ها
- ✓ تعیین روش امتیازدهی به معیارها
- ✓ ارزیابی معیارها
- ✓ بی مقیاس سازی
- ✓ تعیین وزن شاخص ها
- ✓ مدل های تصمیم گیری
- مدل های جبرانی
- مدل های غیرجبرانی

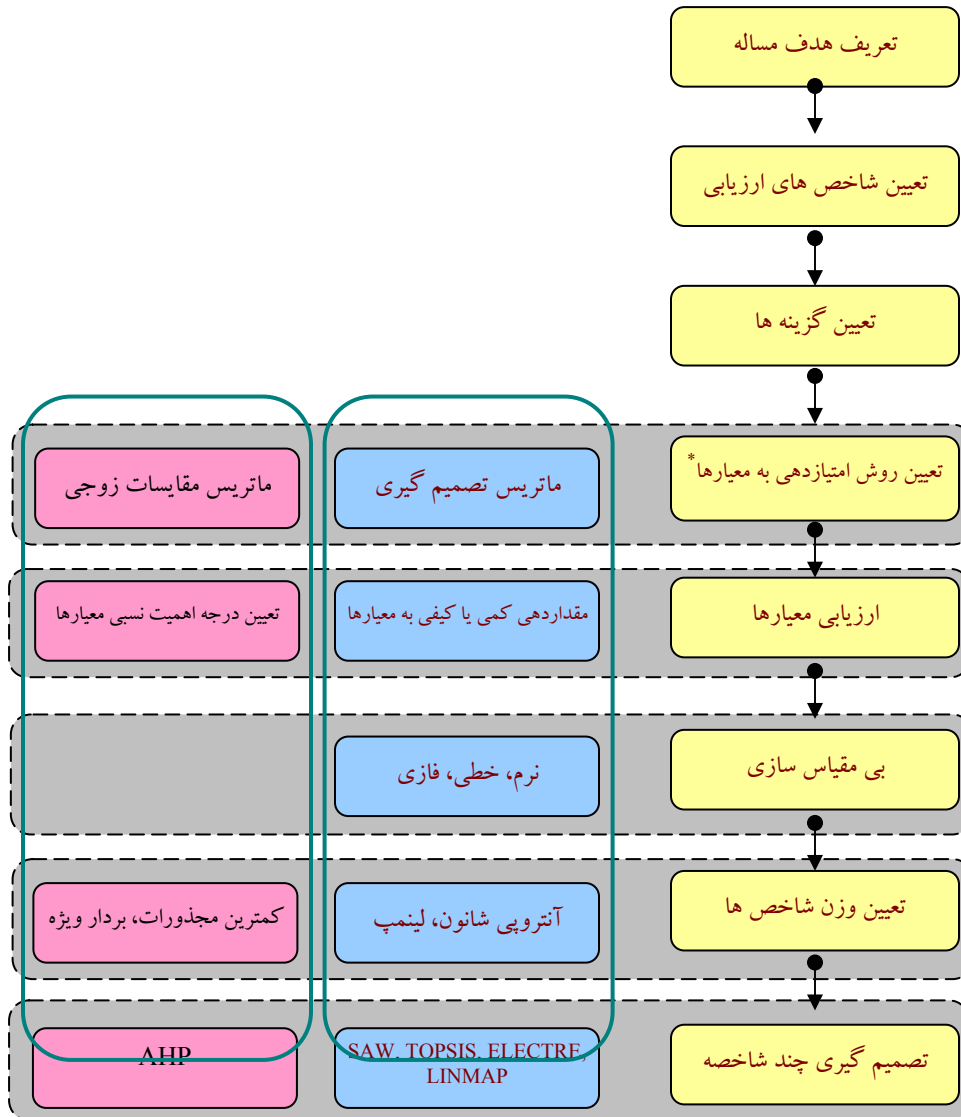
در بخش‌های قبل مدل‌های مختلف تصمیم‌گیری چند معیاره را به اختصار مورد بررسی قرار دادیم و گفتیم که یک از شاخه‌های تصمیم‌گیری چند معیاره تصمیم‌گیری چند شاخصه است که در این بخش به تفصیل در مورد انواع روش‌های این تصمیم‌گیری صحبت خواهیم کرد.

همانگونه که قبلاً نیز به اختصار توضیح دادیم در این نوع تصمیم‌گیری از تعدادی شاخص (معیار) برای اولویت‌بندی (انتخاب) گزینه‌ها استفاده می‌کنیم. برای اینکار یکسری کارهای مقدماتی بایستی انجام دهیم تا بتوانیم به تصمیم‌نهایی برسیم. شکل زیر فعالیت‌های مورد نیاز برای حل یک مساله تصمیم‌گیری چند شاخصه را نشان می‌دهد. در ادامه این فصل هر یک از گام‌های این شکل را به تفصیل بررسی خواهیم کرد.



شکل ۳-۱- انواع روش‌های تصمیم‌گیری چند معیاره

الگوریتم حل مسائل تصمیم‌گیری چند شاخصه



شکل ۳-۲- الگوریتم حل مسائل تصمیم‌گیری چند شاخصه

* اگر روش امتیازدهی به معیارها از نوع ماتریس تصمیم‌گیری باشد بقیه گامها از روشهای

ستون ۱ قابل انجام است ولی چنانچه از نوع ماتریس مقایسات زوجی باشد از انجام هر گام با

روشهای ستون دوم قابل انجام خواهد بود.

۱. تعریف هدف مساله

اولین گام در حل مسائل چند شاخصه تعریف دقیق هدف مساله است. مثال زیر را در نظر

بگیرید:

فردی رضایت شغلی را در، درآمد زیاد، امنیت شغلی و وجهه اجتماعی بالا، سختی کار کم

و نزدیک بودن به منزل می‌داند.

چهار پیشنهاد کار به او شده است. او می‌خواهد شغلی را انتخاب کند که حداکثر

رضایتمندی او را فراهم کند.

همانگونه که از این مثال مشخص است در یک مساله تصمیم‌گیری چند شاخصه هدف

حداکثر سازی رضایتمندی از یک هدف کلی مانند رضایت شغلی است که خود از چندین

شاخص جزئی نظیر درآمد، سختی کار و ... تشکیل شده است.

۲. تعیین شاخص‌های ارزیابی

پس از تعریف دقیق مساله بایستی شاخص‌های اثر گذار در هدف مساله را که امکان جمع

آوری اطلاعات آنها وجود دارد را تعیین کنیم. برای مثال ذکر شده این شاخص‌ها عبارتند از:

- امنیت شغلی
- سختی کار
- فاصله تا منزل
- درآمد
- وجهه اجتماعی

پس از تعیین شاخص‌ها بایستی گام‌های زیر را جهت شناسائی دقیق‌تر آنها انجام دهیم:

۲,۱. جداسازی شاخص‌های کمی و کیفی

در مورد شاخص‌های کمی و کیفی و نیز مقیاس‌های اندازه‌گیری آنها قبلاً صحبت کردیم

این شاخص‌ها برای مثال قبل عبارتند از:

شاخص‌های کمی عبارتند از:

- درآمد
- فاصله تا منزل

شاخص‌های کیفی عبارتند از:

- وجهه اجتماعی
- امنیت شغلی
- سختی کار

۲,۲. جداسازی شاخص های با جنبه مثبت و منفی

شاخص ها اعم از کمی یا کیفی دارا ۲ جنبه کلی هستند:

- مثبت: شاخص هایی هستند که خواهان افزایش مقدار آنها در مدل هستیم مانند سود، رضایت شغلی، درآمد و ...
- منفی: شاخص هایی هستند که خواهان کاهش مقدار آنها در مدل هستیم. مانند هزینه، مسافت، استرس و ...

برای مثال قبلی شاخص های با جنبه مثبت و منفی عبارتند از:

شاخص های با جنبه مثبت عبارتند از:

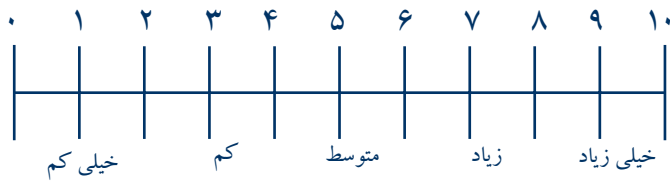
- امنیت شغلی
- درآمد
- وجهه اجتماعی

و شاخص های با جنبه منفی عبارتند از:

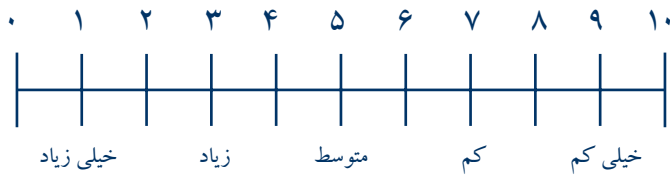
- سختی کار
- فاصله تا منزل

۲,۳. طیف بندی شاخص های کیفی

همانگونه که قبلا اشاره کردیم شاخص های کیفی بایستی به یک مقدار کمی تبدیل شوند تا بتوان محاسبات مربوط به تصمیم گیری چند شاخصه بر روی آنها انجام داد. عمده شاخص های دارای مقیاس رتبه ای هستند که با استفاده از روش طیف بندی می توان آنها را به اعداد کمی تبدیل کرد.



برای شاخص های مثبت



برای شاخص های منفی

شکل ۳-۳- طیف بندی و کمی کردن شاخص های کیفی

۳. تعیین گزینه‌ها

گزینه‌ها یا از قبل مشخص بوده و فقط لازم است تا در مورد آنها تصمیم‌گیری شود و یا اینکه با تحقیق در دامنه مساله، مورد شناسائی قرار می‌گیرند و از بین آنها گزینه‌هایی که قابلیت جمع‌آوری اطلاعات در مورد آنها وجود داشته باشد برای تصمیم‌گیری انتخاب می‌شوند. در مثال قبلی گزینه‌ها عبارتند از چهار شغل پیشنهادی.

۴. تعیین روش امتیازدهی به شاخص ها

پس از تعیین گزینه ها و شاخص های تصمیم گیری، بایستی در مورد نحوه امتیازدهی به شاخص ها تصمیم گیری کنیم. انتخاب یک روش در این مرحله تعیین کننده روشهای مورد استفاده در گام های بعدی نیز خواهد بود. سه روش کلی برای اینکار وجود دارد که در ادامه به آنها می پردازیم.

۴.۱. ماتریس تصمیم گیری

در این روش ماتریسی متشکل از گزینه ها و شاخص ها تشکیل می شود که معمولاً گزینه ها در سطر و شاخص ها در ستونهای آن قرار می گیرند. فرد تصمیم گیرنده در هر یک از خانه های ماتریس، مقدار کمی مورد نظر برای شاخص های کمی و میزان ترجیح خود را برای شاخص های کیفی وارد میکند.

شاخص n (X_n)	...	شاخص ۲ (X_2)	شاخص ۱ (X_1)	شاخص ها گزینه ها
r_{1n}	...	r_{12}	r_{11}	گزینه ۱ (A_1)
r_{2n}	...	r_{22}	r_{21}	گزینه ۲ (A_2)
...
r_{mn}	...	r_{m2}	r_{m1}	گزینه m (A_m)

شکل ۳-۴- ماتریس تصمیم گیری

۴,۲. ماتریس مقایسات زوجی

در این روش به جای استفاده از ماتریس تصمیم‌گیری، تصمیم‌گیرنده ترجیحات نسبی خود را نسبت را به هر یک از معیارها در قالب یک ماتریس تحت عنوان ماتریس مقایسات زوجی مطابق جدول زیر وارد میکند.

هدف تصمیم	شاخص ۱	شاخص ۲	...	شاخص n
شاخص ۱ (x1)				
شاخص ۲ (x2)				
...				
شاخص m (xm)				

شکل ۳-۵- ماتریس مقایسات زوجی

درجه اهمیت	تعریف
۱	اهمیت یکسان
۳	نسبتاً مرجح
۵	ترجیح زیاد
۷	ترجیح بسیار زیاد
۹	ترجیح فوق العاده زیاد
۲ و ۴ و ۶ و ۸	ارزش‌های بینابین در قضاوت‌ها

شکل ۳-۶- مقادیر ارجحیت شاخص‌ها

۴,۳. روش ترکیبی

با توجه به اینکه نتایج حاصل از روشهای مقایسات زوجی در وزن دهی به شاخص‌ها از اعتبار بیشتری برخوردار است لذا می‌توان در الگوریتم مندرج در ابتدای فصل وزن شاخص‌ها را با استفاده از روش ماتریس مقایسات زوجی بدست آورد سپس تصمیم‌گیری را با استفاده از ماتریس تصمیم و اوزان بدست آمده به یکی از روشهای SAW, LINMAP, TOPSIS, ELECTRE انجام داد. در صورتی که تصمیم‌گیری نیز با استفاده از روش مقایسات زوجی صورت بگیرد در این صورت در ماتریس مقایسات زوجی فوق برای هر شاخص یک ماتریس تشکیل داده و گزینه‌های مختلف را با هم مقایسه می‌کنیم که همان روش تحلیل سلسله‌مراتبی (AHP) است که در ادامه در مورد آن به تفصیل صحبت خواهیم کرد.

۵. ارزیابی شاخص‌ها

پس تعیین شاخص‌ها و گزینه‌ها و انتخاب روش امتیازدهی به شاخص‌ها اقدام به ارزیابی

آنها می‌کنیم. در مورد مثال مطرح شده در بخشهای قبل این ماتریس‌ها به صورت زیر

خواهند بود:

شاخص‌ها گزینه‌ها	درآمد	وجه اجتماعی	سختی	مسافت	امنیت
شغل ۱	۱۵	زیاد	نسبتاً زیاد	۱۰	زیاد
		۷	۴	۷	۷
شغل ۲	۱۲	متوسط	متوسط	۳	خیلی زیاد
		۵	۵	۹	۹
شغل ۳	۲۰	خیلی زیاد	زیاد	۳۰	متوسط
		۹	۳	۵	۵
شغل ۴	۳۰	کم	خیلی زیاد	۱	کم
		۳	۱	۳	۳

شکل ۳-۷- ماتریس تصمیم‌گیری (در زیر مقادیر کیفی معادل کمی آنها بر اساس طیف بندی بخش قبل آمده است)

	درآمد	وجه اجتماعی	سختی کار	مسافت	امنیت
درآمد	۱	۰,۳۳	۰,۵	۰,۲	۰,۲۵
وجه اجتماعی	۳	۱	۰,۵	۳	۲
سختی کار	۲	۲	۱	۳	۳
مسافت	۵	۰,۳۳	۰,۳۳	۱	۰,۵
امنیت	۴	۰,۵	۰,۳۳	۲	۱

شکل ۳-۸- ماتریس مقایسات زوجی (مقادیر براساس شکل ۳-۶ کمی شده است)

۶. بی‌مقیاس‌سازی

همانگونه که قبلاً نیز اشاره کردیم هر یک از شاخص‌های کمی دارای مقیاس اندازه‌گیری خاص خود می‌باشند که این کار مقایسه مقادیر آنها با یکدیگر غیرممکن می‌سازد لذا می‌بایست به طریقی آنها را مستقل از واحد اندازه‌گیری کرد تا بتوان عمل مقایسه را انجام داد. برای سه‌روش وجود دارد که به آنها اشاره می‌کنیم.

۶.۱. بی‌مقیاس‌سازی با استفاده از نرم

در این نوع بی‌مقیاس‌سازی هر عنصر ماتریس تصمیم‌گیری را بر مجذور مجموع مربعات عناصر هر ستون تقسیم می‌کنیم:

$$n_{ij} = \frac{a_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^m a_{ij}^2}}$$

n_{ij} مقدار بی‌مقیاس شده گزینه i از شاخص j است.

به این ترتیب برای مثال قبل خواهیم داشت:

سطر مقابل هر گزینه به ۲ بخش تقسیم شده که بخش بالایی مقادیر ماتریس تصمیم و بخش پائین مقدار بی‌مقیاس شده را نشان می‌دهد.

شاخص‌ها گزینه‌ها	درآمد	وجهه اجتماعی	سختی	مسافت	امنیت
شغل ۱	۱۵	۷	۴	۱۰	۷
	۰,۳۶۷	۰,۵۴۷	۰,۵۶۰	۰,۳۱۵	۰,۵۴۷
شغل ۲	۱۲	۵	۵	۳	۹
	۰,۲۹۴	۰,۳۶	۰,۷۰۰	۰,۵۹۴	۰,۷۰۳
شغل ۳	۲۰	۹	۳	۳۰	۵
	۰,۴۹	۰,۷۰۳	۰,۴۲۰	۰,۹۴۴	۰,۳۹۰
شغل ۴	۳۰	۳	۱	۱	۳
	۰,۷۳۴	۰,۲۳۴	۰,۱۴۰	۰,۵۳۱	۰,۲۳۴
	۴۰,۸۵۳	۱۲,۸۰۶	۷,۱۴۱	۳۱,۷۸	۱۲,۸۰۶

$$n_{11} = \frac{15}{40.853} = 0.367$$

$$n_{21} = \frac{12}{40.853} = 0.294$$

$$\sqrt{\sum_{i=1}^4 a_{i1}^2} =$$

$$\sqrt{15^2 + 12^2 + 20^2 + 30^2} =$$

$$40.853$$

به علت تبدیل غیرخطی این روش منجر به مقیاس های اندازه گیری با طول مساوی نشده و ترتیب نسبی نتایج به خصوص برای مقادیر می نیمم و ماکزیمم در این مقیاس یکسان باقی نمی ماند و در نتیجه مقایسه مستقیم شاخص ها با یکدیگر هنوز خالی از اشکال نیست.

۶,۲. بی مقیاس سازی خطی

در این روش ابتدا مقادیر شاخص های منفی را معکوس کرده و سپس هر مقدار از ماتریس را به حداکثر مقدار آن ستون تقسیم می کنیم. البته چنانچه تمامی شاخص ها دارای جنبه منفی باشند نیازی به محاسبه معکوس هر یک از مقادیر نبوده و می توان (علاوه بر روش قبل) مقدار هر خانه از ماتریس را به مقدار حداکثر ستون مربوطه تقسیم کرده و حاصل را از یک کم کرد. پس در حالت کلی خواهیم داشت:

$$n_{ij} = \frac{a_{ij}}{\text{Max } a_j} \quad \text{برای شاخص های با جنبه مثبت:}$$

$$n_{ij} = \frac{1}{\text{Max} \left(\frac{1}{a_j} \right)} \quad \text{برای شاخص های با جنبه منفی:}$$

$$n_{ij} = 1 - \frac{a_{ij}}{\text{Max } a_j} \quad \text{برای حالتی که تمامی شاخص ها منفی باشند:}$$

به عنوان مثال در مساله قبل خواهیم داشت:

	امنیت	مسافت	سختی	وجهه اجتماعی	درآمد	شاخص ها گزینه ها
$n_{15} = \frac{15}{30} = 0.500$	۰.۵۰۰	۰.۷۷۸	۰.۲۵۰	۰.۱۰۰	۰.۷۷۸	شغل ۱
	۰.۴۰۰	۰.۵۵۶	۰.۲۰۰	۰.۳۳۳	۱	شغل ۲
	۰.۶۶۷	۱	۰.۳۳۳	۰.۰۳۳	۰.۵۵۶	شغل ۳
$n_{25} = \frac{12}{30} = 0.400$	۱	۰.۳۳۳	۱	۱	۰.۳۳۳	شغل ۴

$n_{13} = \frac{1}{4} = 0.25$

$n_{23} = \frac{1}{5} = 0.200$

واضح است که $0 \leq n_{ij} \leq 1$ بوده و مزیت این بی مقیاسی آن است که خطی بوده و کلیه نتایج تبدیل به نسبت خطی می شوند، نتیجتاً ترتیب نسبی از نتایج موجود یکسان باقی می ماند.

۶.۳. بی مقیاس سازی فازی

در این روش مقادیر بی مقیاس شده برای شاخص های با جنبه مثبت و منفی عبارتند از:

$$n_{ij} = \frac{a_{ij} - \text{Mina}_j}{\text{Maxa}_j - \text{Mina}_j}$$

برای شاخص های مثبت

$$n_{ij} = \frac{\text{Maxa}_j - a_{ij}}{\text{Maxa}_j - \text{Mina}_j}$$

برای شاخص های منفی

برای مثال قبل خواهیم داشت:

	امنیت	مسافت	سختی	وجهه اجتماعی	درآمد	شاخص ها گزینه ها
$n_{15} = \frac{15-12}{30-12} = 0.166$	0.166	0.666	0.250	0.689	0.666	شغل ۱
	0	0.333	0	0.931	1	شغل ۲
$n_{25} = \frac{12-12}{30-12} = 0$	0.444	1	0.500	0	0.333	شغل ۳
	1	0	0	1	0	شغل ۴

$n_{13} = \frac{5-4}{5-1} = 0.25$

$n_{23} = \frac{5-5}{5-1} = 0$

اشکال این روش نیز اینست که منجر به یک تغییر متناسب در نتایج نمی شود.

۷. تعیین وزن شاخص‌ها

همانگونه که در شکل ۳-۲ آمده است پس از بی‌مقیاس‌سازی مقادیر مربوط به هر شاخص بایستی اهمیت نسبی شاخص‌ها نسبت به یکدیگر را مشخص نمائیم. برای اینکار بسته روش انتخابی برای امتیازدهی به شاخص‌ها چهار روش عمده وجود دارد:

- آنتروپی شانون
- روش LINMAP
- روش کمترین مجذورات موزون
- روش بردار ویژه

که از بین آنها دو روش آنتروپی شانون و LINMAP برای ارزیابی با ماتریس تصمیم‌گیری استفاده می‌شود که روش LINMAP علاوه بر آن به عنوان یک روش تصمیم‌گیری چند شاخصه نیز مطرح می‌باشد. روشهای کمترین مجذورات موزون و بردار ویژه نیز برای ارزیابی با ماتریس مقایسات زوجی استفاده می‌شوند که آنها را در بخش مربوط به تصمیم‌گیری با استفاده از روش تحلیل سلسله‌مراتبی بررسی خواهیم کرد. در این بخش به بررسی روش آنتروپی شانون می‌پردازیم.

وزن دهی به روش آنتروپی شانون

ایده اصلی این روش براین پایه استوار است که هرچه پراکندگی در مقادیر یک شاخص بیشتر باشد آن شاخص از اهمیت بیشتری برخوردار است. بنابراین برای محاسبه اوزان شاخص ها به ترتیب زیر عمل می کنیم (m تعداد گزینه ها می باشد).

$$P_{ij} = \frac{a_{ij}}{\sum_{i=1}^n a_{ij}}; \forall i, j$$

$$k = \frac{1}{\ln(m)}$$

$$E_j = -k \sum_{i=1}^m [p_{ij} \ln p_{ij}]; \forall j$$

E_j مقدار آنتروپی شاخص j ام را نشان می دهد.

$$d_j = 1 - E_j; \forall j$$

مقدار d_j عدم اطمینان یا درجه انحراف را برای شاخص j ام بیان می کند و از آنجائیکه روش

آنتروپی شانون بیشترین وزن را به شاخص با بیشترین درجه انحراف می دهد لذا خواهیم

$$w_j = \frac{d_j}{\sum_{j=1}^n d_j}; \forall j$$

داشت:

و اگر چنانچه تصمیم گیرنده از قبل اوزان خاصی (λ_j) را برای شاخص ها در نظر بگیرد در

$$w'_j = \frac{\lambda_j w_j}{\sum_{j=1}^n \lambda_j w_j}; \forall j$$

این صورت وزن تعدیل شده به شکل زیر خواهد بود:

به عنوان مثال برای مساله قبل داریم:

شاخص ها گزینه ها	درآمد	وجهه اجتماعی	سختی	مسافت	امنیت
شغل ۱	۱۵	۷	۴	۱۰	۷
شغل ۲	۱۲	۵	۵	۳	۹
شغل ۳	۲۰	۹	۳	۳۰	۵
شغل ۴	۳۰	۳	۱	۱	۳
جمع	۷۷	۲۴	۱۳	۴۴	۲۴

ابتدا مقادیر P_{ij} را محاسبه می کنیم:

$$P_{11} = \frac{a_{11}}{\sum_{i=1}^4 a_{i1}} = \frac{15}{77} = 0.195$$

$$\sum_{i=1}^4 a_{i1} = 15 + 12 + 20 + 30 = 77$$

سپس مقدار ضریب ثابت k را محاسبه می کنیم:

$$k = \frac{1}{\ln(m)} = \frac{1}{\ln(4)} = 0.721$$

سپس مقدار آنتروپی را برای هر یک از شاخص ها محاسبه می کنیم:

$$E_1 = -0.721[0.195 * \ln(0.195) + 0.156 * \ln(0.156) + 0.260 * \ln(0.260) + 0.389 * \ln(0.389)] = 0.956$$

E_1	E_2	E_3	E_4	E_5
0.956	0.947	0.913	0.625	0.947

در قدم بعد مقادیر مربوط به درجه انحراف هر یک از شاخص ها را محاسبه کرده:

d_j	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	جمع
$1-E_j$	۰.۰۴۴	۰.۰۵۳	۰.۰۸۷	۰.۳۷۵	۰.۰۵۳	۰.۶۱۲

و در نهایت وزن هر یک از شاخص ها را محاسبه می کنیم:

W_1	W_2	W_3	W_4	W_5
0.072	0.087	0.142	0.613	0.087

$$w_1 = \frac{d_1}{\sum d_j} = \frac{0.044}{0.612} = 0.072$$

۸. مدل‌های تصمیم‌گیری

همانگونه که در شکل ۲-۳ نیز آمده است آخرین گام در تصمیم‌گیری چند شاخصه انتخاب یک مدل تصمیم‌گیری به منظور اولویت بندی و یا انتخاب شاخص هاست. گفتیم که مدل‌های تصمیم‌گیری به دو دسته جبرانی و غیرجبرانی تقسیم می‌شوند که در ادامه به هر دوی آنها خواهیم پرداخت اما به دلیل اهمیت روش‌های جبرانی آنها را با تفصیل بیشتری بررسی خواهیم کرد.

۸,۱. مدل‌های غیر جبرانی^۱

این مدل‌ها شامل روش‌هایی می‌شوند که در آنها مبادله^۲ در بین شاخص‌ها مجاز نیست، یعنی نقطه ضعف موجود در یک شاخص توسط وجود در شاخص دیگر جبران نمی‌شود. بنابراین هر شاخص در این روش به تنهایی مطرح بوده و مقایسات براساس شاخص به شاخص انجام می‌پذیرد. در ادامه برخی از مشهورترین روش‌های تصمیم‌گیری چند شاخصه می‌پردازیم.

^۱ Non Compensatory models

^۲ Trade off

۸,۱,۱. ماکسی ماکس

به معنای ماکزیمم کردن ماکزیمم سودآوری است که تصمیم گیرنده را یک فرد خوش بین فرض می کند. به عبارتی در این روش برای هر گزینه شاخص با بیشترین مقدار را انتخاب می کنیم که در اینصورت برای هر گزینه یک عدد خواهیم داشت. حال از بین اعداد موجود گزینه با بیشترین مقدار را انتخاب می کنیم.

۸,۱,۲. ماکسی مین

این روش مشابه روش ماکسی ماکس بوده با این تفاوت که به جای انتخاب بیشترین مقدار برای هر گزینه در مرحله اول، کمترین مقدار را انتخاب و سپس از بین گزینه ها، گزینه با بیشترین مقدار را انتخاب می کند. به عبارتی تصمیم گیرنده کمترین ریسک را در انتخاب گزینه ها کرده و یک فرد محتاط است.

۸,۱,۳. هارویکز

این روش ترکیبی از دو روش فوق است به اینصورت که ضریبی تحت عنوان ضریب خوش بینی (α) تعریف کرده و شاخص با بیشترین مقدار در هر گزینه را ضربدر آن کرده و شاخص با کمترین مقدار را ضربدر $1-\alpha$ می کند و حاصل را با هم جمع کرده و برای هر گزینه یک مقدار به دست می آورد. سپس از بین آنها گزینه با بیشترین مقدار را انتخاب می کند.

۸,۱,۴. لکسیکोगراف

در این روش تصمیم‌گیرنده شاخص‌ها را اولویت‌بندی می‌کند مثلاً قیمت، کیفیت و زیبایی. سپس اقدام به انتخاب گزینه‌های ممکن می‌کند. مثلاً از گزینه‌ها، گزینه با کمترین قیمت را انتخاب می‌کند. اگر به گزینه‌هایی رسید که دارای قیمت یکسان هستند سراغ شاخص با اولویت بعد رفته و از بین گزینه‌های باقیمانده بهترین کیفیت را انتخاب می‌کند و اگر بازهم به گزینه‌های یکسان برخورد به سراغ شاخص بعد رفته و این کار را آنقدر ادامه می‌دهد تا بهترین گزینه را انتخاب کند.

۸,۲ مدل های غیر جبرانی

این مدل ها مشتمل بر روش هائی است که اجازه مبادله در بین شاخص ها در آنها مجاز است. یعنی تغییر در یک شاخص می تواند توسط تغییری مخالف در شاخص دیگر جبران شود. این مدل دارای ۵ روش عمده است که در ادامه به بررسی آنها خواهیم پرداخت.

۲,۱,۱ SAW^۱

مدل مجموع ساده وزنی، یکی از ساده ترین روش های تصمیم گیری چند شاخصه می باشد. با محاسبه اوزان شاخص ها، می توان به راحتی از این روش استفاده کرد. مراحل استفاده از این روش به قرار زیر است:

- کمی کردن ماتریس تصمیم گیری
 - بی مقیاس سازی خطی مقادیر ماتریس تصمیم گیری
 - ضرب ماتریس بی مقیاس شده در اوزان شاخص ها
 - انتخاب بهترین گزینه با استفاده از معیار مقابل: $A^* = \left\{ A_i \mid \text{Max} \sum_{j=1}^n n_{ij} w_j \right\}$
- مثالی را که از ابتدای این بخش دنبال کرده ایم در نظر بگیرید، قبلا ماتریس بی مقیاس شده

و اوزان شاخص ها را محاسبه کردیم و کفایت تا آنها را در رابطه فوق قرار دهیم:

$$\begin{bmatrix} 0.333 & 0.4 & 0.556 & 1 & 0.333 \\ 1 & 0.6 & 0.778 & 0.556 & 0.778 \\ 0.5 & 1 & 1 & 0.333 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0.239 \\ 0.189 \\ 0.076 \\ 0.263 \\ 0.234 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.529 \\ 0.749 \\ 0.696 \end{bmatrix}$$

بهترین گزینه

^۱ Simple Additive Weighted

۲،۱،۲. TOPSIS^۱

این مدل توسط هوانگ و یون در سال ۱۹۸۱ پیشنهاد شد و یکی از بهترین مدل‌های تصمیم‌گیری چند شاخصه است.

این تکنیک بر این مفهوم استوار است که گزینه انتخابی، باید کمترین فاصله را با راه حل ایده آل مثبت (بهترین حالت ممکن) و بیشترین فاصله را با راه حل ایده آل منفی (بدترین حالت ممکن) داشته باشد.

مراحل حل مساله با استفاده از این روش عبارتست از:

۱- محاسبه ماتریس بی‌مقیاس شده به روش نرم N

۲- محاسبه ماتریس اوزان با یکی از روش‌های وزن دهی W

۳- محاسبه ماتریس بی‌مقیاس موزون V

$$V = N * W_{n*n}$$

۴- راه حل ایده آل مثبت V_j^+ : بزرگترین مقدار برای شاخص‌های مثبت و کوچکترین مقدار برای شاخص‌های منفی. به عبارتی برداری متشکل از بهترین مقادیر برای هر شاخص تشکیل می‌دهیم.

۵- راه حل ایده آل منفی V_j^- : بزرگترین مقدار برای شاخص‌های منفی و کوچکترین مقدار برای شاخص‌های مثبت. به عبارتی برداری متشکل از بدترین مقادیر برای هر شاخص تشکیل می‌دهیم.

^۱ Technique for Order-Preference by Similarity to Ideal Solution

۶- محاسبه فاصله اقلیدسی هر گزینه تا ایده آل های مثبت و منفی.

$$d_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^n (v_{ij} - v_j^+)^2}, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$d_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^n (v_{ij} - v_j^-)^2}, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

۷- تعیین نزدیکی نسبی یک گزینه به راه حل ایده آل:

$$CL_i^* = \frac{d_i^-}{d_i^- + d_i^+}$$

۸- رتبه بندی گزینه ها بر اساس CL بزرگتر.

به عنوان مثال مساله ای با ماتریس تصمیم مقابل را در نظر بگیرید از بین شاخص ها، شاخص

اول منفی و بقیه مثبت هستند. ماتریس بی مقیاس شده و ماتریس اوزان در زیر آمده است.

	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄
A ₁	۵	۸	۱۳	۴
A ₂	۴	۱۰	۹	۲
A ₃	۸	۱۲	۶	۳

ماتریس اول از سمت چپ ماتریس بی مقیاس شده با استفاده از روش نرم است.

ماتریس دوم اوزان بدست آمده با روش آنتروپی شانون است که مقادیر مربوط به وزن در

قطر ماتریس قرار گرفته و بقیه عناصر ماتریس صفر می باشد.

حاصلضرب به دست آمده نیز ماتریس بی مقیاس شده موزون (V) است.

$$\begin{bmatrix} 0.488 & 0.456 & 0.769 & 0.743 \\ 0.390 & 0.570 & 0.532 & 0.371 \\ 0.781 & 0.684 & 0.355 & 0.557 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0.305 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.092 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.336 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.267 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.149 & 0.042 & 0.258 & 0.198 \\ 0.119 & 0.052 & 0.179 & 0.099 \\ 0.238 & 0.063 & 0.119 & 0.149 \end{bmatrix}$$

$$V_j^+ = [Min v_{i1}, Max v_{i2}, Max v_{i3}, Max v_{i4}] = [0.119, 0.063, 0.258, 0.198]$$

$$V_j^- = [Max v_{i1}, Min v_{i2}, Min v_{i3}, Min v_{i4}] = [0.238, 0.042, 0.119, 0.099]$$

$$d_1^+ = 0.037 \quad d_1^- = 0.192$$

$$d_2^+ = 0.127 \quad d_2^- = 0.134$$

$$d_3^+ = 0.189 \quad d_3^- = 0.055$$

$$d_1^+ = \sqrt{(0.149 - 0.119)^2 + (0.042 - 0.063)^2 + (0.258 - 0.258)^2 + (0.198 - 0.198)^2} = 0.037$$

$$CL_1^* = 0.838$$

$$CL_2^* = 0.513$$

$$CL_3^* = 0.225$$

$$CL_1^* = \frac{0.192}{0.192 + 0.037} = 0.838$$

۲,۱,۳. روش ELECTRE^۱

این مدل در اواخر دهه ۱۹۸۰ مطرح شد و به عنوان یکی از بهترین فنون تصمیم گیری چند شاخصه مورد توجه قرار گرفت. اساس این مفهوم، «روابط غیر رتبه ای» است، یعنی لزوماً به رتبه بندی گزینه ها منتهی نمی شود بلکه ممکن است گزینه هایی را حذف کند. مراحل حل این مدل به قرار زیر است:

گام اول: N ماتریس بی مقیاس شده به روش نرم

گام دوم: W ماتریس اوزان با یکی از روش های وزن دهی

گام سوم: V ماتریس بی مقیاس موزون

$$V = N * W_{n*n}$$

گام چهارم: تشکیل مجموعه هماهنگ و ناهماهنگ

در این مرحله تمامی گزینه ها به صورت دو به دو باهم مقایسه شده و شاخص هایی را که گزینه k ام در آن نسبت به گزینه l ام برتری دارد در مجموعه هماهنگ (A_{kl}) و بقیه را در مجموعه ناهماهنگ (D_{kl}) قرار می دهیم. برای سادگی می توان ماتریسی را در نظر گرفت که سطرها و ستونهای آنرا گزینه های تشکیل داده و هر عنصر بجز قطر اصلی یک مجموعه است که برای مجموعه های هماهنگ اعضاء این مجموعه ها شاخص هایی که در آن گزینه سطر به گزینه ستون برتری دارد می باشد و بقیه مجموعه ناهماهنگ.

$$A_{kl} = \{j | v_{kj} \geq v_{lj}\} \quad D_{kl} = \{j | v_{kj} < v_{lj}\}$$

^۱ Elimination et Choice in Translating to Reality

گام پنجم: تشکیل ماتریس هماهنگ

این ماتریس فاقد عناصر قطر اصلی بوده و بقیه عناصر آن از مجموع اوزان اعضاء مجموعه

هماهنگ تشکیل می شود.

$$I_{kl} = \sum w_j \quad I = \begin{vmatrix} - & I_{1,2} & I_{1,3} & \dots & I_{1,m} \\ I_{2,1} & - & I_{2,3} & \dots & I_{2,m} \\ \vdots & \vdots & - & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & - & \vdots \\ I_{m,1} & I_{m,2} & \dots & I_{m(m-1)} & - \end{vmatrix}$$

گام ششم: تشکیل ماتریس ناهماهنگ

این ماتریس نیز از نظر منطق شبیه ماتریس هماهنگ است با این تفاوت که اعضاء آن از رابطه

زیر به دست می آید.

$$NI_{kl} = \frac{\text{Max} |v_{kj} - v_{lj}|, j \in D_{k,1}}{\text{Max} |v_{kj} - v_{lj}|, j \in \text{All}} \quad NI = \begin{vmatrix} - & NI_{1,2} & NI_{1,3} & \dots & NI_{1,m} \\ NI_{2,1} & - & I_{2,3} & \dots & NI_{2,m} \\ \vdots & \vdots & - & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & - & \vdots \\ NI_{m,1} & NI_{m,2} & \dots & NI_{m(m-1)} & - \end{vmatrix}$$

گام هفتم: تشکیل ماتریس هماهنگ موثر

این ماتریس مانند یک مبدل آنالوگ به دیجیتال عمل می کند به این معنی که اگر ولتاژ پائین

تر از مقدار مشخصی بود تبدیل به صفر و گرنه تبدیل به یک می گردد این مقدار مشخص را

معمولا حد آستانه می گویند. در ماتریس های هماهنگ و ناهماهنگ هم می توان گزینه هایی

را که مطلوبیت آنها پایین تر حد مشخصی می باشد را به صفر و باقی را به یک تبدیل کرد

حد آستانه را در این جا می توان از رابطه زیر به دست آورد:

$$\bar{I} = \sum_{l=1}^m \sum_{k=1}^m \frac{I_{k,l}}{m(m-1)}$$

$$F_{kl} = \begin{cases} 1 & I_{kl} \geq \bar{I} \\ 0 & I_{kl} < \bar{I} \end{cases}$$

گام هشتم تشکیل ماتریس ناهمبند موثر

$$\overline{NI} = \sum_{l=1}^m \sum_{k=1}^m \frac{NI_{k,l}}{m(m-1)}$$

$$G_{kl} = \begin{cases} 1 & NI_{kl} \geq \overline{NI} \\ 0 & NI_{kl} < \overline{NI} \end{cases}$$

گام نهم: تشکیل ماتریس کلی موثر

$$H_{k,l} = F_{k,l} \cdot G_{k,l}$$

به عنوان مثال ماتریس تصمیم مطرح شده در روش TOPSIS را در نظر بگیرید:

	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄
A ₁	۵	۸	۱۳	۴
A ₂	۴	۱۰	۹	۲
A ₃	۸	۱۲	۶	۳

ماتریس تصمیم، ماتریس بی مقیاس شده، اوزان

بدست آمده به روش آنتروپی شانون و در نهایت

ماتریس بی مقیاس شده موزون در زیر آمده است.

$$\begin{bmatrix} 0.488 & 0.456 & 0.769 & 0.743 \\ 0.390 & 0.570 & 0.532 & 0.371 \\ 0.781 & 0.684 & 0.355 & 0.557 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0.305 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.092 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.336 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.267 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 0.149 & 0.042 & 0.258 & 0.198 \\ 0.119 & 0.052 & 0.179 & 0.099 \\ 0.238 & 0.063 & 0.119 & 0.149 \end{bmatrix}$$

تعیین مجموعه های هماهنگ و ناهماهنگ

اعداد داخل هر مجموعه شماره شاخص را نشان داده و مجموعه موجود در سطر یک و

ستون دو بیانگر اینست که گزینه اول در شاخص های ۳ و ۴ نسبت به گزینه دوم برتری دارد.

$$A^1 \begin{bmatrix} - & \{3,4\} & \{1,3,4\} \\ \{1,2\} & - & \{1,3\} \\ \{2\} & \{2,4\} & - \end{bmatrix}$$

مجموعه هماهنگ

$$A^1 \begin{bmatrix} - & \{1,2\} & \{2\} \\ \{3,4\} & - & \{2,4\} \\ \{1,3,4\} & \{1,3\} & - \end{bmatrix}$$

مجموعه ناهماهنگ

تشکیل ماتریس هماهنگ

این ماتریس از مجموع اوزان شاخص های داخل هر مجموعه بدست می آید:

$$I_{kl} = \begin{bmatrix} - & 0.603 & 0.908 \\ 0.397 & - & 0.641 \\ 0.092 & 0.359 & - \end{bmatrix}$$

$$I_{12} = w_3 + w_4 = 0.336 + 0.267 = 0.603$$

ماتریس ناهماهنگ

$$NI_{kl} = \begin{bmatrix} - & 0.303 & 0.151 \\ 1 & - & 0.420 \\ 1 & 1 & - \end{bmatrix} \quad NI_{31} = \frac{\text{Max}\{|v_{31} - v_{11}|, |v_{33} - v_{13}|, |v_{34} - v_{14}|\}}{\text{Max}\{|v_{31} - v_{11}|, |v_{32} - v_{12}|, |v_{33} - v_{13}|, |v_{34} - v_{14}|\}} = \frac{\text{Max}\{0.089, 0.139, 0.049\}}{\text{Max}\{0.089, 0.021, 0.139, 0.049\}} = 1$$

ماتریس هماهنگ موثر

$$\bar{I} = \frac{0.603 + 0.908 + 0.397 + 0.641 + 0.092 + 0.359}{3(3-1)} = \frac{3}{6} = 0.5$$

$$H = \begin{bmatrix} - & 1 & 1 \\ 0 & - & 1 \\ 0 & 0 & - \end{bmatrix}$$

ماتریس ناهمبندگی موثر

$$\overline{NI} = \frac{0.303 + 0.151 + 0.420 + 1 + 1 + 1}{3(3-1)} = \frac{3.874}{6} = 0.646$$

$$G = \begin{bmatrix} - & 1 & 1 \\ 0 & - & 1 \\ 0 & 0 & - \end{bmatrix}$$

تعیین ماتریس کلی

$$F = \begin{bmatrix} - & 1 & 1 \\ 0 & - & 1 \\ 0 & 0 & - \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} - & 1 & 1 \\ 0 & - & 1 \\ 0 & 0 & - \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} - & 1 & 1 \\ 0 & - & 1 \\ 0 & 0 & - \end{bmatrix} \Rightarrow A_1 > A_2 > A_3$$

روش تحلیل سلسله مراتبی (AHP)^۱

فرآیند تحلیل سلسله مراتبی که برای اولین بار در سال ۱۹۸۰ توسط توماس ال ساعتی مطرح شد که یکی از جامع‌ترین سیستم‌های طراحی شده برای تصمیم‌گیری با معیارهای چند گانه است زیرا این تکنیک امکان فرموله کردن مسئله را به صورت سلسله مراتبی فراهم می‌کند و همچنین امکان در نظر گرفتن معیارهای مختلف کمی و کیفی را در مسئله دارد. این فرآیند گزینه‌های مختلف را در تصمیم‌گیری دخالت داده و امکان تحلیل حساسیت روی معیارها و زیر معیارها را دارد. علاوه بر این بر مبنای مقایسه زوجی بنا نهاده شده که قضاوت و محاسبات را تسهیل می‌کند. همچنین میزان سازگاری و ناسازگاری تصمیم را نشان می‌دهد که از مزایای ممتاز این تکنیک در تصمیم‌گیری چند معیاره می‌باشد. به علاوه از یک مبنای تئوریک قوی برخوردار بوده و بر اساس اصول بدیهی^۲ بنا نهاده شده است که در ادامه به بیان این اصول می‌پردازیم.

اصول فرآیند تحلیل سلسله مراتبی

توماس ساعتی^۳ (بنیان‌گذار این روش) چهار اصل زیر را به عنوان اصول فرآیند تحلیل سلسله مراتبی بیان نموده و کلیه محاسبات، قوانین و مقررات را بر این اصول بنا نهاده است. این اصول عبارتند از:

^۱ Analytic Hierachy Process

^۲ Axioms

^۳ Saaty

اصل ۱: شرط معکوسی^۱ - اگر ترجیح عنصر A بر عنصر B برابر n باشد، ترجیح عنصر

B بر عنصر A برابر $\frac{1}{n}$ خواهد بود.

اصل ۲: همگنی^۲ - عنصر A با عنصر B باید همگن و قابل مقایسه باشد. به بیان دیگر

برتری عنصر A بر عنصر B نمی‌تواند بی‌نهایت یا صفر باشد.

اصل ۳: وابستگی^۳ - هر عنصر سلسله مراتبی به عنصر سطح بالاتر خود می‌تواند وابسته باشد

و به صورت خطی این وابستگی تا بالاترین سطح می‌تواند ادامه داشته باشد.

اصل ۴: انتظارات^۴ - هر گاه تغییری در ساختمان سلسله مراتبی رخ دهد، فرآیند ارزیابی

باید مجدداً انجام گیرد.

فرآیند تحلیل سلسله مراتبی

با ذکر یک مثال به تشریح فرآیند تحلیل سلسله مراتبی خواهیم پرداخت. تصور کنید که از

بین سه اتومبیل A و B و C، می‌خواهیم یکی را انتخاب کنیم. چهار معیار قیمت، مصرف

سوخت، راحتی و مدل مطرح می‌باشد. حل این مثال را طی قدمهای ساختن سلسله مراتبی و

محاسبه وزن تشریح می‌کنیم.

^۱ Reciprocal Condition

^۲ Homogeneity

^۳ Dependency

^۴ Expectations

ساختن سلسله مراتبی

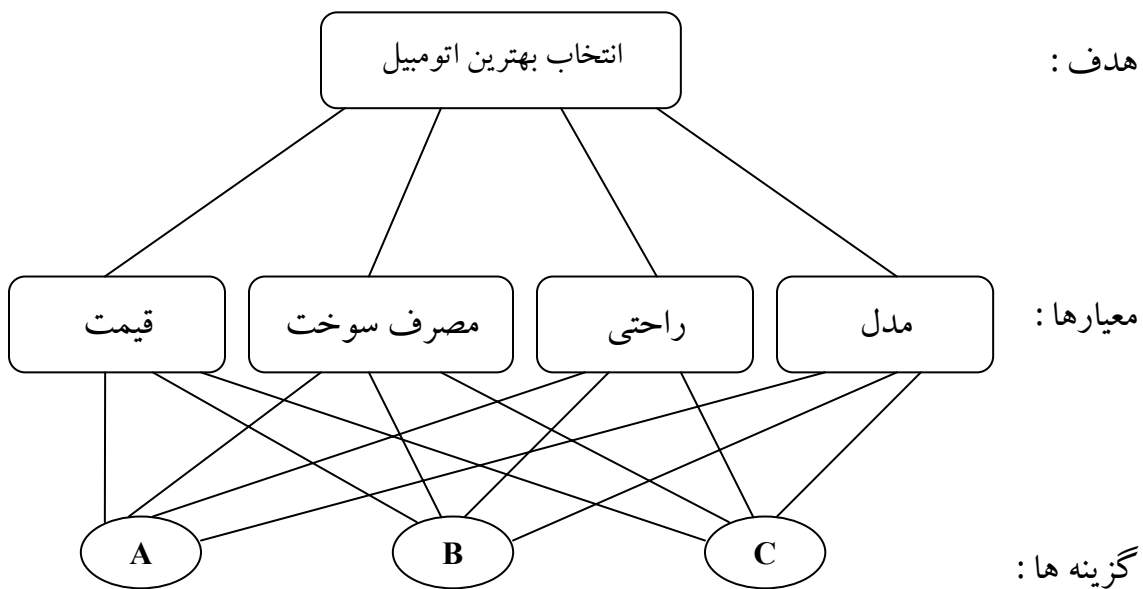
اولین قدم در فرآیند تحلیل سلسله مراتبی، ایجاد یک نمایش گرافیکی از مسئله می‌باشد. که در راس آن هدف کلی مسئله و در سطوح بعدی معیارها و گزینه‌ها قرار دارند. هر چند یک قاعده ثابت و قطعی برای رسم سلسله مراتبی وجود ندارد، اما برخی افراد سعی نموده‌اند تا یک سری قواعد کلی در این زمینه بیان کنند. به طور مثال دایر و فورمن^۱ بیان می‌کنند که سلسله مراتبی ممکن است به یکی از صورتهای زیر باشد:

هدف - معیارها - زیر معیارها - گزینه‌ها

هدف - معیارها - عوامل - زیر عوامل - گزینه‌ها

هدف -

در شکل (۱-۳) نمودار سلسله مراتبی مثال فوق آمده است.



^۱ Dyer And Forman

محاسبه وزن

در فرآیند تحلیل سلسله مراتبی عناصر هر سطح نسبت به عنصر مربوطه خود در سطح بالاتر به صورت زوجی مقایسه شده و وزن آنها محاسبه می گردد؛ که این وزنها را وزن نسبی می نامیم . سپس با تلفیق وزنهای نسبی ، وزن نهایی هر گزینه مشخص می گردد که آن را وزن مطلق می نامیم .

قبل از این که وارد این بحث شویم ، لازم است که به تعریف و تبیین سازگاری سیستم پردازیم . اگر A دو برابر B اهمیت داشته باشد ، و B سه برابر C مهم باشد ، چنانچه A شش برابر C اهمیت داشته باشد ، آنگاه این قضاوت را سازگار می گوئیم . در عمل این گونه نیست که تصمیمات و قضاوتهای انسان همواره سازگار باشد . در صورتی که رابطه بالا بین تمام عناصر در مقایسات زوجی برقرار نباشد ، قضاوت را ناسازگار می نامیم . مثلاً در مورد یک نفر که سیب را دو برابر پرتقال و پرتقال را سه برابر موز ترجیح می دهد ، لزوماً نمی توان گفت که این شخص سیب را شش برابر موز ترجیح می دهد . در عمل ممکن است ترجیح سیب بر موز نزد این شخص یکی از حالات زیر باشد :

الف) شش برابر

ب) مخالف شش

در حالت الف ، ماتریس مقایسه زوجی به صورت زیر خواهد بود :

$$\begin{array}{c}
 \text{س} \quad \text{پ} \quad \text{م} \\
 \\
 \begin{array}{c}
 \text{س} \\
 \text{پ} \\
 \text{م}
 \end{array}
 P_1 = \begin{bmatrix}
 1 & 2 & 6 \\
 1/2 & 1 & 3 \\
 1/6 & 1/3 & 1
 \end{bmatrix}
 \end{array}$$

ماتریس P_1 ، یک ماتریس سازگار^۱ تعریف شده است . حال چنانچه این ترجیح (ترجیح سیب بر موز) مخالف شش باشد ، (مثلا ۴ باشد) در این صورت ماتریس مقایسه زوجی به شرح زیر خواهد بود :

$$\begin{array}{c}
 \text{س} \quad \text{پ} \quad \text{م} \\
 \\
 \begin{array}{c}
 \text{س} \\
 \text{پ} \\
 \text{م}
 \end{array}
 P_2 = \begin{bmatrix}
 1 & 2 & 4 \\
 1/2 & 1 & 3 \\
 1/4 & 1/3 & 1
 \end{bmatrix}
 \end{array}$$

ماتریس P_2 یک ماتریس ناسازگار^۲ است . همان طور که ملاحظه می شود در ماتریس P_1 ستونهای اول و دوم و سوم ترکیب خطی از یکدیگر می باشند و بین این ستونها همبستگی خطی وجود دارد . اما ماتریس P_2 این گونه نبوده و بردارهای آن مستقل از یکدیگر می باشند.

^۱ Consistent
^۲ Inconsistent

اگر عناصر هر کدام از ستونهای ماتریس P۱ را نرمالیزه کنیم ، اعداد یکسانی به دست می آید .

$$\begin{array}{l} \text{نرمالیزه} \\ \text{نسبت به موز} \end{array} \begin{array}{l} \text{س} \\ \text{پ} \\ \text{م} \end{array} = \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} \longrightarrow W = \begin{bmatrix} 0.6 \\ 0.3 \\ 0.1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{l} \text{نرمالیزه} \\ \text{نسبت به پرتقال} \end{array} \begin{array}{l} \text{س} \\ \text{پ} \\ \text{م} \end{array} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1/3 \end{bmatrix} \longrightarrow W = \begin{bmatrix} 0.6 \\ 0.3 \\ 0.1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{l} \text{نرمالیزه} \\ \text{نسبت به سیب} \end{array} \begin{array}{l} \text{س} \\ \text{پ} \\ \text{م} \end{array} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1/2 \\ 1/6 \end{bmatrix} \longrightarrow W = \begin{bmatrix} 0.6 \\ 0.3 \\ 0.1 \end{bmatrix}$$

پس همان طور که مشاهده می شود اگر ماتریس سازگار باشد ، محاسبه وزن نسبی ساده بوده و از نرمالیزه کردن عناصر هر ستون به دست می آید و مقدار ناسازگاری ماتریس برابر صفر است. اما در حالتی که ماتریس ناسازگار باشد ، محاسبه وزن مشکلتر بوده و مقدار ناسازگاری نیز مخالف صفر است که باید محاسبه گشته و در محدوده قابل قبول باشد .

محدوده قابل قبول ناسازگاری در هر سیستم به تصمیم گیرنده بستگی دارد اما در حالت کلی توماس ال ساعتی پیشنهاد می کند که اگر ناسازگاری تصمیم بیشتر از ۰٫۱ باشد بهتر است تصمیم گیرنده در قضاوتهای خود تجدید نظر کند. درباره روشهای اندازه گیری ناسازگاری ماتریس در ادامه بحث خواهد شد.

برای محاسبه وزن نسبی در ماتریسهای ناسازگار روشهای متعددی بیان شده است که روش‌های تفریبی و حداقل مربعات و بردار ویژه از جمله این روش‌ها هستند که در ادامه به آنها می‌پردازیم.

روشهای تقریبی^(۱) جهت محاسبه وزن نسبی ماتریسهای ناسازگار

۱. مجموع سطری: در این روش ابتدا مجموع عناصر هر سطر محاسبه شده تا یک بردار ستونی حاصل گردد، سپس آن بردار ستونی نرمالیزه می‌شود. بردار ستونی نرمالیزه بردار وزن می‌باشد.

۲. مجموع ستونی: در این روش ابتدا مجموع عناصر هر ستون محاسبه شده تا یک بردار سطری حاصل گردد، عناصر این بردار معکوس گشته، سپس بردار حاصل نرمالیزه می‌شود. بردار سطری نرمالیزه شده، بردار وزن می‌باشد.

۳. میانگین حسابی: در این روش ابتدا هر ستون نرمالیزه شده و سپس میانگین سطری عناصر محاسبه می‌شوند تا بردار وزن به دست آید.

۴. میانگین هندسی: در این روش میانگین هندسی عناصر هر سطر محاسبه شده و سپس بردار حاصل، نرمالیزه می‌شود تا بردار وزن به دست آید.

^(۱) Approximation Methods

روش حداقل مربعات

اگر ماتریس A سازگار باشد مقدار عددی $a[i,j]$ برابر با W_i/W_j می شود و در حالتی که

ماتریس ناسازگار باشد وزنها بگونه ای محاسبه می شود که مجموع مربعات اختلافات نسبت

وزنها و $a[i,j]$ حداقل گردد:

$$\min(z) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (a_{ij}w_j - w_i)^2$$

$$st: \sum_{i=1}^n W_i = 1$$

این یک برنامه ریزی غیر خطی با محدودیت تساوی است که با روش لاگرانژ قابل حل

$$u = f(x, y) + \lambda g(x, y) \quad \text{است:}$$

$$L = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (a_{i,j}w_j - w_i)^2 + \lambda \left(\sum_{i=1}^n w_i - 1 \right)$$

$$\sum_{i=1}^n (a_{il}w_l - w_i)a_{il} - \sum_{j=1}^n (a_{lj}w_j - w_l) + \lambda = 0 \quad l=1, 2, \dots, n$$

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial x} + \lambda \frac{\partial g}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial y} + \lambda \frac{\partial g}{\partial y} = 0 \\ g(x, y) = 0 \end{cases}$$

به عنوان مثال ماتریس مقایسات زوجی زیر را در نظر بگیرید، محاسبات نشان می دهد که

ماتریس ناسازگار است. پس با روش حداقل مربعات اوزان را محاسبه می کنیم.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1/3 & 1/2 \\ 3 & 1 & 3 \\ 2 & 1/3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\exists i, j, k \quad | \quad a_{ik} \cdot a_{k,j} \neq a_{i,j}$$

$$a_{12} = 1/3, a_{23} = 3 \Rightarrow a_{13} (= 1/2) \neq a_{12} \cdot a_{23} = 1/3 \cdot 3 = 1$$

$$15w_1 - 10/3 w_2 - 5/2 w_3 + \lambda = 0$$

$$-10/3 w_1 + 20/9 w_2 - 10/3 w_3 + \lambda = 0$$

$$-5/2 w_1 - 10/3 w_2 + 45/4 w_3 + \lambda = 0$$

$$w_1 + w_2 + w_3 = 1$$

$$w_1 = 0.1735$$

$$w_2 = 0.6059$$

$$w_3 = 0.2206$$

روش بردار ویژه

بردار ویژه برداری است که اگر یک ماتریس در آن ضرب شود حاصل همان بردار ویژه ضربدر یک مقدار اسکالر خواهد بود لذا ماتریس اوزان را با روش بردار ویژه محاسبه می

کنیم:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} = \begin{cases} a_{11} W_1 + a_{12} W_2 + \dots + a_{1n} W_n = \lambda \cdot W_1 \\ a_{21} W_1 + a_{22} W_2 + \dots + a_{2n} W_n = \lambda \cdot W_2 \\ \vdots \\ a_{n1} W_1 + a_{n2} W_2 + \dots + a_{nn} W_n = \lambda \cdot W_n \end{cases}$$

به W بردار ویژه و به λ مقدار ویژه ماتریس A می گویند.

$$A \times W = \lambda \cdot W$$

حل دستگاه فوق در صورت افزایش مقدار n وقت گیر است لذا از رابطه زیر برای محاسبه λ

$$\det(A - \lambda I) = 0$$

$$(A - \lambda_{\max} I) \times W = 0$$

استفاده می کنند.

به عنوان مثال ماتریس مقایسات زوجی زیر را در نظر بگیرید:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1/3 & 1/2 \\ 3 & 1 & 3 \\ 2 & 1/3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\det(A - \lambda I) = \begin{vmatrix} 1-\lambda & 1/3 & 1/2 \\ 3 & 1-\lambda & 3 \\ 2 & 1/3 & 1-\lambda \end{vmatrix} = (1-\lambda)^3 - 3(1-\lambda) + 5/2 = 0$$

$$\lambda_{\max} = 3.0536$$

$$(A - \lambda_{\max} I)W = 0$$

$$\begin{bmatrix} -2.0536 & 1/3 & 1/2 \\ 3 & -2.0536 & 3 \\ 2 & 1/3 & -2.0536 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} = 0$$

$$w_1 + w_2 + w_3 = 1$$

$$W^T = (0.1571, 0.5936, 0.2493)$$

نرخ ناسازگاری یک ماتریس

قبل از بیان معیار اندازه‌گیری ناسازگاری بهتر است چند قضیه مهم را ذکر کنیم.

برای هر ماتریس مقایسه زوجی A (که مثبت و معکوس است) می‌توان قضایای زیر را

اثبات نمود: ^(۱)

قضیه ۱: اگر λ_1 و λ_2 و ... و λ_n مقادیر ویژه ماتریس مقایسه زوجی A باشند، مجموع

مقادیر آنها برابر n (طول ماتریس) است:

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = n$$

(طبق تعریف برای هر ماتریس مربعی A داریم: $A \times W = \lambda \cdot W$ که در آن W و λ

به ترتیب بردار وزن و مقدار ویژه ماتریس A می‌باشند.)

قضیه ۲: بزرگترین مقدار ویژه (λ_{\max}) همواره بزرگتر یا مساوی n است. (در این

صورت برخی از λ ها منفی خواهند بود.)

$$\lambda_{\max} \geq n$$

قضیه ۳: اگر عناصر ماتریس مقدار کمی از حالت سازگاری فاصله بگیرند، مقادیر ویژه

آن نیز مقدار کمی از حالت سازگاری خود فاصله خواهند گرفت.

^(۱) Saaty (۱۹۸۸ - ۱۹۸۰)

در حالتی که ماتریس A سازگار باشد یک مقدار ویژه برابر n بوده (بزرگترین مقدار ویژه) و بقیه آنها برابر صفر هستند. بنابراین در این حالت می توان نوشت:

$$A \times W = n \cdot W$$

در حالتی که ماتریس مقایسه زوجی A ناسازگار باشد، طبق قضیه ۳، λ_{\max} کمی از n فاصله می گیرد که می توان نوشت:

$$A \times W = \lambda_{\max} \cdot W$$

از آنجا که λ_{\max} همواره بزرگتر یا مساوی n است و چنانچه ماتریس از حالت سازگاری کمی فاصله بگیرد، λ_{\max} از n کمی فاصله خواهد گرفت. بنابراین تفاضل λ_{\max} و n (یعنی $n - \lambda_{\max}$) به مقدار n (طول ماتریس) بستگی داشته و برای رفع این وابستگی می توان مقیاس رابه صورت زیر تعریف نمود که آنرا شاخص ناسازگاری (I.I.)^(۱) می نامیم:

$$I.I. = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1}$$

(توجه: طبق قضیه ۱ داریم که: $\sum_{i=1}^n \lambda_i = n$ و یا

$$\lambda_{\max} - n = - \sum_{i=2}^n \lambda_i \quad \text{یعنی} \quad \lambda_{\max} - n \text{ مجموع } (n-1) \text{ عدد است.}$$

^(۱) Inconsistency Index

مقادیر شاخص ناسازگاری (I.I.) را برای ماتریسهایی که اعداد آنها کاملا تصادفی اختیار شده باشند محاسبه کرده اند و آن را شاخص ناسازگاری ماتریس تصادفی (I.I.R.)⁽²⁾ نام نهاده اند که مقادیر آنها برای ماتریسهای n بعدی مطابق جدول زیر است.

n	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
I.I.R.	۰	۰	۰,۵۸	۰,۹	۱,۱۲	۱,۲۴	۱,۳۲	۱,۴۱	۱,۴۵	۱,۴۵

شاخص ناسازگاری ماتریسهای تصادفی

برای هر ماتریس حاصل تقسیم شاخص ناسازگاری (I.I.) بر شاخص ناسازگاری ماتریس تصادفی (I.I.R.) هم بعدش، معیار مناسبی برای قضاوت در مورد ناسازگاری است که آنرا نرخ ناسازگاری (I.R.)⁽¹⁾ می نامیم. چنانچه این عدد کوچکتر یا مساوی ۰,۱ باشد، سازگاری سیستم قابل قبول است و گرنه باید در قضاوتها تجدید نظر نمود.

حال به عنوان مثال نرخ ناسازگاری ماتریس مقایسه زوجی برای سه اتومبیل نسبت به راحتی (جدول ۲-۳) را بررسی می کنیم.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 8 \\ 1/2 & 1 & 6 \\ 1/8 & 1/6 & 1 \end{bmatrix}$$

با استفاده از روش میانگین حسابی برای ماتریس مذکور به دست آوردیم:

⁽²⁾ Inconsistency Index Of Random Matrix

⁽¹⁾ Inconsistency Ratio

$$W = \begin{bmatrix} 0.593 \\ 0.341 \\ 0.066 \end{bmatrix}$$

از آنجا که مقدار λ_{\max} مشخص نمی باشد، باید آن را طبق قدمهای زیر تخمین بزنیم:

$$(۱) \quad \text{تخمین } \lambda_{\max} \cdot W$$

$$A \times W = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 8 \\ 1/2 & 1 & 6 \\ 1/8 & 1/6 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0.593 \\ 0.341 \\ 0.066 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.803 \\ 1.034 \\ 0.197 \end{bmatrix}$$

$$(۲) \quad \text{محاسبه } \lambda_{\max} \text{ ها:}$$

$$\lambda_{\max 1} = \frac{1.803}{0.593} = 3.04$$

$$\lambda_{\max 2} = \frac{1.034}{0.341} = 3.032$$

$$\lambda_{\max 3} = \frac{0.197}{0.066} = 2.985$$

$$(۳) \quad \text{محاسبه میانگین } \lambda_{\max} \text{ ها:}$$

$$\lambda_{\max} = \frac{\lambda_{\max 1} + \lambda_{\max 2} + \lambda_{\max 3}}{3} = 3.019$$

محاسبه شاخص ناسازگاری (I.I.):

$$I.I. = \frac{\lambda_{\max} - n}{n-1} = \frac{3.019-3}{3-1} = 0.01$$

محاسبه نرخ ناسازگاری (I.R.) :

$$I.R. = \frac{I.I.}{I.I.R._{3 \times 3}} = \frac{0.01}{0.58} = 0.017$$

چنانچه ملاحظه می‌شود نرخ ناسازگاری این ماتریس کمتر از ۰,۱ است، بنابراین سازگاری آن مورد قبول است.

مزایای فرآیند تحلیل سلسله مراتبی

ساعتی در یکی از کتابهای خود تحت عنوان تصمیم‌گیری برای مدیران که در سال ۱۹۹۰ به چاپ رسانده است، ویژگیهای فرآیند تحلیل سلسله مراتبی را به شرح زیر بیان می‌کند:

۱. یگانگی و یکتایی مدل^(۱): فرآیند تحلیل سلسله مراتبی، یک مدل یگانه، ساده و انعطاف پذیر برای حل محدوده وسیعی از مسائل بدون ساختار است؛ که به راحتی قابل درک برای همگان می‌باشد.

۲. پیچیدگی^(۲): برای حل مسائل پیچیده، فرآیند تحلیل سلسله مراتبی هم نگرش سیستمی و هم تحلیل جزء به جزء را به صورت توأم به کار می‌برد. عموماً افراد در تحلیل مسائل یا کلی نگری کرده و یا به جزئیات پرداخته و کلیات را رها می‌کنند. در حالی که فرآیند تحلیل سلسله مراتبی هر دو بعد را با هم به کار می‌بندد.

(1) Unity

(2) Complexity

۳. همبستگی و وابستگی متقابل⁽³⁾: فرآیند تحلیل سلسله مراتبی، وابستگی را به صورت خطی در نظر می‌گیرد. ولی برای حل مسائلی که اجزاء به صورت غیر خطی وابسته اند، نیز به کار گرفته می‌شود.
۴. ساختار سلسله مراتبی⁽¹⁾: فرآیند تحلیل سلسله مراتبی، اجزای یک سیستم را به صورت سلسله مراتبی سازماندهی می‌کند، که این نوع سازماندهی با تفکر انسان تطابق داشته و اجزاء در سطوح مختلف طبقه بندی می‌شوند.
۵. اندازه‌گیری⁽²⁾: فرآیند تحلیل سلسله مراتبی، مقیاسی برای اندازه‌گیری معیارهای کیفی تهیه کرده و روشی برای تخمین و برآورد اولویتها فراهم می‌کند.
۶. سازگاری⁽³⁾: فرآیند تحلیل سلسله مراتبی، سازگاری منطقی قضاوت‌های استفاده شده در تعیین اولویتها را محاسبه و ارائه می‌نماید.
۷. تلفیق⁽⁴⁾: فرآیند تحلیل سلسله مراتبی، منجر به برآورد رتبه نهایی هر گزینه می‌شود.
۸. تعادل⁽⁵⁾: فرآیند تحلیل سلسله مراتبی، اولویت‌های وابسته به فاکتورها در یک سیستم را در نظر گرفته و بین آنها تعادل برقرار می‌کند و فرد را قادر می‌سازد که بهترین گزینه را براساس اهدافش انتخاب کند.

⁽³⁾ Inter dependence

⁽¹⁾ Hierarchy Structuring

⁽²⁾ Measurement

⁽³⁾ Consistency

⁽⁴⁾ Synthesis

۹. قضاوت و توافق گروهی^(۶) : فرآیند تحلیل سلسله مراتبی ، بر روی توافق گروهی

اصرار و پافشاری ندارد ولی تلفیقی از قضاوت‌های گوناگون را می تواند ارائه نماید.

۱۰. تکرار فرآیند^(۷) : فرآیند تحلیل سلسله مراتبی ، فرد را قادر می سازد که تعریف خود

را از یک مسئله تصحیح کند و قضاوت و تصمیم خود را بهبود دهد .

کاربردهای فرآیند تحلیل سلسله مراتبی

به طور کلی AHP در مسائل رتبه بندی ، انتخاب ، ارزیابی ، آماده سازی و پیش بینی که

همگی در خصوص تصمیم گیری هستند ، مورد استفاده قرار گرفته است. در اکثر مواقع

AHP همراه با سایر روشهای تحقیق در عملیات مانند برنامه ریزی خطی و برنامه ریزی عدد

صحیح به کار رفته است .

به طور خاص AHP در زمینه های زیر کاربرد دارد :

- (۱) انتخاب تکنولوژی
- (۲) ارزیابی تامین کنندگان
- (۳) ارزیابی سیستم های مختلف
- (۴) انتخاب لی اوت

^(۵) Tradeoffs

^(۶) Judgment And Consensus

^(۷) Process Repetition

فصل چہارم :

منابع

منابع

۱. قدسی پور سید حسن، "مباحثی در تصمیم گیری چند معیاره"، انتشارات دانشگاه صنعتی امیرکبیر، چاپ اول ۱۳۸۲
۲. قدسی پور سید حسن، "فرآیند تحلیل سلسله مراتبی"، انتشارات دانشگاه صنعتی امیرکبیر، چاپ چهارم ۱۳۸۴
۳. آذر عادل، رجب زاده علی "تصمیم گیری کاربردی" نگاه دانش، چاپ اول ۱۳۸۱
۴. اصغرپور محمد جواد "تصمیم گیری های چند معیاره" انتشارات دانشگاه تهران، چاپ چهارم ۱۳۸۵
۵. اصغرپور محمد جواد "تصمیم گیری و تحقیق عملیات در مدیریت" انتشارات دانشگاه تهران، چاپ دهم ۱۳۸۱
۶. ساعتی توماس ال "تصمیم سازی برای مدیران" مترجم علی اصغر توفیق، سازمان مدیریت صنعتی چاپ اول ۱۳۷۸
۷. مومنی منصور "مباحث نوین تحقیق در عملیات" انتشارات دانشگاه تهران، چاپ اول ۱۳۸۵
۸. صنیعی منفرد، "آشنایی با تصمیم گیری چند معیاره"، جزوه درسی دانشگاه الزهرا
۹. مهرگان محمد رضا "پژوهش عملیاتی پیشرفته"